

Übungsaufgaben zum Lösen einfacher Gleichungen

Wolfgang Kippels

20. Mai 2024

Inhaltsverzeichnis

1	Vorwort	3
2	Einleitung	4
3	Übungsaufgaben	4
3.1	Aufgabe 1	4
3.2	Aufgabe 2	4
3.3	Aufgabe 3	4
3.4	Aufgabe 4	4
3.5	Aufgabe 5	4
3.6	Aufgabe 6	4
3.7	Aufgabe 7	4
3.8	Aufgabe 8	5
3.9	Aufgabe 9	5
3.10	Aufgabe 10	5
3.11	Aufgabe 11	5
3.12	Aufgabe 12	5
3.13	Aufgabe 13	5
3.14	Aufgabe 14	5
3.15	Aufgabe 15	5
3.16	Aufgabe 16	5
3.17	Aufgabe 17	5
3.18	Aufgabe 18	6
3.19	Aufgabe 19	6
3.20	Aufgabe 20	6
4	Lösungen	7
4.1	Aufgabe 1	7

4.2	Aufgabe 2	7
4.3	Aufgabe 3	7
4.4	Aufgabe 4	7
4.5	Aufgabe 5	7
4.6	Aufgabe 6	7
4.7	Aufgabe 7	7
4.8	Aufgabe 8	7
4.9	Aufgabe 9	7
4.10	Aufgabe 10	7
4.11	Aufgabe 11	8
4.12	Aufgabe 12	8
4.13	Aufgabe 13	8
4.14	Aufgabe 14	8
4.15	Aufgabe 15	8
4.16	Aufgabe 16	8
4.17	Aufgabe 17	8
4.18	Aufgabe 18	8
4.19	Aufgabe 19	8
4.20	Aufgabe 20	8
5	Durchgerechnete Lösungen	9
5.1	Aufgabe 1	9
5.2	Aufgabe 2	9
5.3	Aufgabe 3	9
5.4	Aufgabe 4	9
5.5	Aufgabe 5	10
5.6	Aufgabe 6	10
5.7	Aufgabe 7	10
5.8	Aufgabe 8	10
5.9	Aufgabe 9	10
5.10	Aufgabe 10	11
5.11	Aufgabe 11	11
5.12	Aufgabe 12	11
5.13	Aufgabe 13	11
5.14	Aufgabe 14	12
5.15	Aufgabe 15	12
5.16	Aufgabe 16	12
5.17	Aufgabe 17	12
5.18	Aufgabe 18	13
5.19	Aufgabe 19	13
5.20	Aufgabe 20	13

1 Vorwort

Diese und ähnliche Anleitungen zu erstellen erfordert sehr viel Zeit und Mühe. Trotzdem stelle ich alles kostenfrei der Allgemeinheit zur Verfügung. Wenn Sie diese Datei hilfreich finden, dann bitte ich Sie um Erfüllung des nachfolgend beschriebenen „Generationenvertrages“:

Wenn Sie später einmal Ihre Ausbildungsphase beendet haben und im Beruf stehen (oder auch noch danach), geben Sie bitte Ihr Wissen in geeigneter Form an die nachfolgende Generation weiter.

Wenn Sie mir eine Freude machen wollen, dann schreiben Sie mir bitte eine kleine Email an die folgende Adresse: mail@dk4ek.de

Vielen Dank!

2 Einleitung

Hier sind einige Übungsaufgaben zum Lösen einfacher Linearer Gleichungen zusammengestellt. Eine ausführliche Anleitung zur Vorgehensweise finden Sie hier:

<https://dk4ek.de/lib/exe/fetch.php/gleich00.pdf>

Im ersten Teil finden Sie die Aufgabenstellungen, im zweiten die Ergebnisse. Im dritten Teil können Sie sich auch die komplett durchgerechneten Lösungen mit Lösungswegen ansehen.

3 Übungsaufgaben

Bestimmen Sie die Lösungen der nachfolgenden Gleichungen!

3.1 Aufgabe 1

$$(4x + 1) \cdot (x - 1) = (3 - 2x) \cdot (5 - 2x) + 2x + 61$$

3.2 Aufgabe 2

$$\left(2x - \left(3x - \left(5 - (x + 4)\right)\right) - 2\right) = -9$$

3.3 Aufgabe 3

$$\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}x + 5 - \frac{3}{4} = \frac{1}{12}(5x + 3) + x$$

3.4 Aufgabe 4

$$\frac{1}{6}x - \frac{2}{5}x - \frac{2}{3}(x - 3) = 3x + 2$$

3.5 Aufgabe 5

$$2x \cdot (x - 3) + 3(x - 2) \cdot x = (x - 4) \cdot 5x - 36$$

3.6 Aufgabe 6

$$2x + 3 \cdot (x + 5) - 4x + 2 \cdot (x - 3) = 18$$

3.7 Aufgabe 7

$$\left(\left(\left(2x - 3\right) - 4\right) - 5x\right) = -\left(-6x + \left(2 - (3x - 5)\right)\right)$$

3.8 Aufgabe 8

$$(3x + 4) \cdot 2 - 5x + (5x - 4) \cdot 3 - x = -49$$

3.9 Aufgabe 9

$$\frac{2}{3}(x - 6) - \frac{1}{5}(x + 10) = \frac{2}{15} \cdot (2x - 15)$$

3.10 Aufgabe 10

$$\frac{1}{8}x - \frac{1}{6}x + 5 \cdot \left(\frac{1}{16}x - 3\right) = -2$$

3.11 Aufgabe 11

$$\left(6x - (9x + (3x - 4))\right) \cdot 3 - (x - 2(x - 2)) \cdot 2 = -4$$

3.12 Aufgabe 12

$$\frac{1}{2}(x - 1) - \frac{1}{6}(x + 1) = 3 - \frac{1}{4}(x + 3)$$

3.13 Aufgabe 13

$$3(x + 2) + (2x - 1 + (1 - 2x)) = 3x + 5$$

3.14 Aufgabe 14

$$\frac{1}{3}(2x + 3) - \frac{1}{4}(3x + 3) - \left(2x - 1 - (x - 3)\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}(2 - 4x)$$

3.15 Aufgabe 15

$$\frac{1}{7}(2x + 2) - \frac{2}{3} \cdot (-4x + 3) = -\frac{1}{3} \cdot (12 - 4x) \cdot 2$$

3.16 Aufgabe 16

$$-7(x - 1) - 2(3 - 2x)x - 4 \cdot (x + 1) \cdot x = -\frac{1}{3}(7 - x)$$

3.17 Aufgabe 17

$$\frac{1}{2} \cdot (x + 3) \cdot x - \frac{1}{3} \cdot x \cdot (x - 1) = x \cdot (x + 11) \cdot \frac{1}{6}$$

3.18 Aufgabe 18

$$\frac{x}{5}(3 + 4x) - \frac{2x}{5}(5 + 2x) - \frac{x}{5} = 1\frac{1}{5}$$

3.19 Aufgabe 19

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(x - 2 \left(\frac{1}{3}x - (x + 5) \right) \right) = -\frac{29}{18}$$

3.20 Aufgabe 20

$$2(x + 5) - 3(x - 4) - 6(2 - x) - 8x - 1 = 0$$

4 Lösungen

4.1 Aufgabe 1

$$x = 7$$

4.2 Aufgabe 2

$$x = 4$$

4.3 Aufgabe 3

$$x = 12$$

4.4 Aufgabe 4

$$x = 0$$

4.5 Aufgabe 5

$$x = -4,5$$

4.6 Aufgabe 6

$$x = 3$$

4.7 Aufgabe 7

$$x = 0$$

4.8 Aufgabe 8

$$x = -3$$

4.9 Aufgabe 9

$$x = 20$$

4.10 Aufgabe 10

$$x = 48$$

4.11 Aufgabe 11

$$x = \frac{1}{2}$$

4.12 Aufgabe 12

$$x = 5$$

4.13 Aufgabe 13

Die Aufgabe ist nicht lösbar!

4.14 Aufgabe 14

$$x = 3$$

4.15 Aufgabe 15

$$x = -22$$

4.16 Aufgabe 16

$$x = \frac{7}{13}$$

4.17 Aufgabe 17

Jede reelle Zahl ist Lösung!

4.18 Aufgabe 18

$$x = -1$$

4.19 Aufgabe 19

$$x = -\frac{59}{7}$$

4.20 Aufgabe 20

$$x = 3$$

5 Durchgerechnete Lösungen

5.1 Aufgabe 1

$$\begin{aligned}(4x + 1) \cdot (x - 1) &= (3 - 2x) \cdot (5 - 2x) + 2x + 61 && | \text{ Klammern auflösen} \\ 4x^2 - 4x + x - 1 &= 15 - 6x - 10x + 4x^2 + 2x + 61 && | \text{ Zusammenfassen} \\ 4x^2 - 3x - 1 &= 76 - 14x + 4x^2 && | - 4x^2 + 14x + 1 \\ 11x &= 77 && | : 11 \\ x &= 1\end{aligned}$$

5.2 Aufgabe 2

$$\begin{aligned}\left(2x - \left(3x - \left(5 - (x + 4)\right)\right) - 2\right) &= -9 && | \text{ Innerste Klammer auflösen} \\ \left(2x - \left(3x - (5 - x - 4)\right) - 2\right) &= -9 && | \text{ Innerste Klammer auflösen} \\ \left(2x - (3x - 5 + x + 4) - 2\right) &= -9 && | \text{ Innerste Klammer auflösen} \\ (2x - 3x + 5 - x - 4 - 2) &= -9 && | \text{ Klammer auflösen} \\ 2x - 3x + 5 - x - 4 - 2 &= -9 && | \text{ Zusammenfassen} \\ -2x - 1 &= -9 && | + 1 \\ -2x &= -8 && | : (-2) \\ x &= 4\end{aligned}$$

5.3 Aufgabe 3

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}x + 5 - \frac{3}{4} &= \frac{1}{12}(5x + 3) + x && | \cdot 12 \\ 4x + 9x + 60 - 9 &= 5x + 3 + 12x && | \text{ Zusammenfassen} \\ 13x + 51 &= 17x + 3 && | - 51 - 17x \\ -4x &= -48 && | : (-4) \\ x &= 12\end{aligned}$$

5.4 Aufgabe 4

$$\begin{aligned}\frac{1}{6}x - \frac{2}{5}x - \frac{2}{3}(x - 3) &= 3x + 2 && | \cdot 30 \\ 5x - 12x - 20(x - 3) &= 90x + 60 && | \text{ Klammer auflösen} \\ 5x - 12x - 20x + 60 &= 90x + 60 && | \text{ Zusammenfassen} \\ -27x + 60 &= 90x + 60 && | - 60 - 90x \\ -117x &= 0 && | : (-117) \\ x &= 0\end{aligned}$$

5.5 Aufgabe 5

$$\begin{aligned}2x \cdot (x - 3) + 3(x - 2) \cdot x &= (x - 4) \cdot 5x - 36 & | \text{ Klammern aufl\u00f6sen} \\2x^2 - 6x + 3x^2 - 6x &= 5x^2 - 20x - 36 & | \text{ Zusammenfassen} \\5x^2 - 12x &= 5x^2 - 20x - 36 & | - 5x^2 + 20x \\8x &= -36 & | : 8 \\x &= -4,5\end{aligned}$$

5.6 Aufgabe 6

$$\begin{aligned}2x + 3 \cdot (x + 5) - 4x + 2 \cdot (x - 3) &= 18 & | \text{ Ausmultiplizieren} \\2x + 3x + 15 - 4x + 2x - 6 &= 18 & | \text{ Zusammenfassen} \\3x + 9 &= 18 & | - 9 \\3x &= 9 & | : 3 \\x &= 3\end{aligned}$$

5.7 Aufgabe 7

$$\begin{aligned}\left(\left((2x - 3) - 4 \right) - 5x \right) &= - \left(-6x + (2 - (3x - 5)) \right) & | \text{ Innerste Klammern aufl\u00f6sen} \\ \left((2x - 3 - 4) - 5x \right) &= - \left(-6x + (2 - 3x + 5) \right) & | \text{ Innerste Klammern aufl\u00f6sen} \\ (2x - 3 - 4 - 5x) &= -(-6x + 2 - 3x + 5) & | \text{ Klammern aufl\u00f6sen} \\ 2x - 3 - 4 - 5x &= 6x - 2 + 3x - 5 & | \text{ Zusammenfassen} \\ -3x - 7 &= 4x - 7 & | + 7 - 4x \\ -7x &= 0 & | : (-7) \\ x &= 0\end{aligned}$$

5.8 Aufgabe 8

$$\begin{aligned}(3x + 4) \cdot 2 - 5x + (5x - 4) \cdot 3 - x &= -49 & | \text{ Klammern aufl\u00f6sen} \\6x + 8 - 5x + 15x - 12 - x &= -49 & | \text{ Zusammenfassen} \\15x - 4 &= -49 & | + 4 \\15x &= -45 & | : 15 \\x &= -3\end{aligned}$$

5.9 Aufgabe 9

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}(x - 6) - \frac{1}{5}(x + 10) &= \frac{2}{15} \cdot (2x - 15) & | \cdot 15 \\10 \cdot (x - 6) - 3 \cdot (x + 10) &= 2 \cdot (2x - 15) & | \text{ Klammern aufl\u00f6sen} \\10x - 60 - 3x - 30 &= 4x - 30 & | \text{ Zusammenfassen} \\7x - 90 &= 4x - 30 & | + 90 - 4x \\3x &= 60 & | : 3 \\x &= 20\end{aligned}$$

5.10 Aufgabe 10

$$\begin{aligned}\frac{1}{8}x - \frac{1}{6}x + 5 \cdot \left(\frac{1}{16}x - 3 \right) &= -2 & | \cdot 24 \\ 3x - 4x + 120 \cdot \left(\frac{1}{16}x - 3 \right) &= -48 & | \text{Klammer auflösen} \\ -x + \frac{120}{16}x - 360 &= -48 & | \text{Bruch kürzen} \\ -x + \frac{15}{2}x - 360 &= -48 & | \cdot 2 \\ -2x + 15x - 720 &= -96 & | \text{Zusammenfassen} \\ 13x - 720 &= -96 & | + 720 \\ 13x &= 624 & | : 13 \\ x &= 48\end{aligned}$$

5.11 Aufgabe 11

$$\begin{aligned}\left(6x - (9x + (3x - 4)) \right) \cdot 3 - (x - 2(x - 2)) \cdot 2 &= -4 & | \text{Innerste Klammern auflösen} \\ (6x - (9x + 3x - 4)) \cdot 3 - (x - 2x + 4) \cdot 2 &= -4 & | \text{Innerste Klammer auflösen} \\ (6x - 9x - 3x + 4) \cdot 3 - (x - 2x + 4) \cdot 2 &= -4 & | \text{Zusammenfassen} \\ (-6x + 4) \cdot 3 - (-x + 4) \cdot 2 &= -4 & | \text{Klammern ausmultiplizieren} \\ -18x + 12 + 2x - 8 &= -4 & | \text{Zusammenfassen} \\ -16x + 4 &= -4 & | - 4 \\ -16x &= -8 & | : (-16) \\ x &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

5.12 Aufgabe 12

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(x - 1) - \frac{1}{6}(x + 1) &= 3 - \frac{1}{4}(x + 3) & | \cdot 12 \\ 6(x - 1) - 2(x + 1) &= 36 - 3(x + 3) & | \text{Klammern auflösen} \\ 6x - 6 - 2x - 2 &= 36 - 3x - 9 & | \text{Zusammenfassen} \\ 4x - 8 &= 27 - 3x & | + 8 + 3x \\ 7x &= 35 & | : 7 \\ x &= 5\end{aligned}$$

5.13 Aufgabe 13

$$\begin{aligned}3(x + 2) + (2x - 1 + (1 - 2x)) &= 3x + 5 & | \text{Klammern auflösen} \\ 3x + 6 + 2x - 1 + 1 - 2x &= 3x + 5 & | \text{Zusammenfassen} \\ 3x + 6 &= 3x + 5 & | - 3x \\ 6 &= 5\end{aligned}$$

Die letzte Zeile stellt offensichtlich eine **falsche Aussage** dar. Die Gleichung hat also **keine Lösung**.

5.14 Aufgabe 14

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(2x+3) - \frac{1}{4}(3x+3) - \left(2x-1 - (x-3)\frac{1}{2}\right) &= \frac{1}{2}(2-4x) \quad | \cdot 12 \\ 4(2x+3) - 3(3x+3) - 12 \cdot \left(2x-1 - (x-3)\frac{1}{2}\right) &= 6(2-4x) \quad | \text{ Klammern auflösen} \\ 8x+12 - 9x-9 - 24x+12 + 6(x-3) &= 12-24x \quad | \text{ Klammer auflösen} \\ 8x+12 - 9x-9 - 24x+12 + 6x-18 &= 12-24x \quad | \text{ Zusammenfassen} \\ -19x-3 &= 12-24x \quad | +3+24x \\ 5x &= 15 \quad | :5 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

5.15 Aufgabe 15

$$\begin{aligned} \frac{1}{7}(2x+2) - \frac{2}{3} \cdot (-4x+3) &= -\frac{1}{3} \cdot (12-4x) \cdot 2 \quad | \cdot 21 \\ 3 \cdot (2x+2) - 14 \cdot (-4x+3) &= -7 \cdot (12-4x) \cdot 2 \quad | \text{ Klammern auflösen} \\ 6x+6 + 56x-42 &= -168 + 56x \quad | \text{ Zusammenfassen} \\ 62x-36 &= -168 + 56x \quad | +36-56x \\ 6x &= -132 \quad | :6 \\ x &= -22 \end{aligned}$$

5.16 Aufgabe 16

$$\begin{aligned} -7(x-1) - 2(3-2x)x - 4 \cdot (x+1) \cdot x &= -\frac{1}{3}(7-x) \quad | \cdot 3 \\ -21 \cdot (x-1) - 6 \cdot (3-2x) \cdot x - 12 \cdot (x+1) \cdot x &= -(7-x) \quad | \text{ Klammern auflösen} \\ -21x+21 - 18x+12x^2 - 12x^2 - 12x &= -7+x \quad | \text{ Zusammenfassen} \\ -51x+21 &= -7+x \quad | -21-x \\ -52x &= -28 \quad | :(-52) \\ x &= \frac{7}{13} \end{aligned}$$

5.17 Aufgabe 17

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot (x+3) \cdot x - \frac{1}{3} \cdot x \cdot (x-1) &= x \cdot (x+11) \cdot \frac{1}{6} \quad | \cdot 6 \\ 3 \cdot (x+3) \cdot x - 2 \cdot x \cdot (x-1) &= x \cdot (x+11) \quad | \text{ Klammern auflösen} \\ 3x^2+9x - 2x^2+2x &= x^2+11x \quad | \text{ Zusammenfassen} \\ x^2+11x &= x^2+11x \quad | -x^2-11x \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Die letzte Zeile ist eine **wahre Aussage**. Daher ist **jede reelle Zahl** eine Lösung der Gleichung.

5.18 Aufgabe 18

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{5}(3+4x) - \frac{2x}{5}(5+2x) - \frac{x}{5} &= \frac{1}{5} & | \cdot 5 \\
 x \cdot (3+4x) - 2x \cdot (5+2x) - x &= 6 & | \text{ Klammern auflösen} \\
 3x + 4x^2 - 10x - 4x^2 - x &= 6 & | \text{ Zusammenfassen} \\
 -8x &= 6 & | : (-8) \\
 x &= -\frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

5.19 Aufgabe 19

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(x - 2 \left(\frac{1}{3}x - (x+5) \right) \right) &= -\frac{29}{18} & | \cdot 18 \\
 3 \cdot \left(x - 2 \left(\frac{1}{3}x - (x+5) \right) \right) &= -29 & | \text{ Klammern auflösen} \\
 3 \cdot \left(x - 2 \left(\frac{1}{3}x - x - 5 \right) \right) &= -29 & | \text{ Klammern auflösen} \\
 3 \cdot \left(x - \frac{2}{3}x + 2x + 10 \right) &= -29 & | \text{ Klammern auflösen} \\
 3x - 2x + 6x + 30 &= -29 & | \text{ Zusammenfassen} \\
 7x + 30 &= -29 & | - 30 \\
 7x &= -59 & | : 7 \\
 x &= -\frac{59}{7}
 \end{aligned}$$

5.20 Aufgabe 20

$$\begin{aligned}
 2(x+5) - 3(x-4) - 6(2-x) - 8x - 1 &= 0 & | \text{ Klammern auflösen} \\
 2x + 10 - 3x + 12 - 12 + 6x - 8x - 1 &= 0 & | \text{ Zusammenfassen} \\
 -3x + 9 &= 0 & | - 9 \\
 -3x &= -9 & | : (-3) \\
 x &= 3
 \end{aligned}$$